



Ponta Grossa - PR  
de 27 a 29 de Novembro de 2014

## IV Simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia

# MÉTODO COMPUTACIONAL DE MONTE CARLO ADAPTADO COMO RECURSO DIDÁTICO PARA O ESTUDO DOS MECANISMOS DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR

**Guilherme Dionisio** – 138396@upf.br

**Luiz Eduardo Schardong Spalding** – spalding@upf.br

Universidade de Passo Fundo, Instituto de Ciências Exatas e Geociências

BR 285, São José

Passo Fundo - RS

***Resumo:** Este artigo propõe uma atividade visando o estudo dos mecanismos de transferência de calor, assim como os conceitos básicos da termologia, através de uma atividade coletiva na qual o aluno faz parte ativa do processo de aprendizagem. Para isto, faz-se a transposição do método computacional probabilístico de Monte Carlo de tal forma que possibilite sua aplicação sem o uso do computador. Para testagem, a atividade foi aplicada a um grupo de alunos do ensino médio cujos pré-requisitos da termologia já haviam sido estudados. Após uma breve revisão dos mecanismos de transferência de calor, descreve-se o método e como aplicá-lo em sala de aula, apresentam-se os resultados da experimentação e relatam-se as impressões quanto a sua validade.*

***Palavras-chave:** Ensino de física, Transferência de calor, Recurso didático, Método de monte carlo.*

## 1 INTRODUÇÃO

Atualmente, tem-se buscado alternativas de atividades didáticas para qualificar o ensino de Física. Tais meios buscam uma melhor assimilação dos conteúdos trabalhados em sala de aula, visto que a dificuldade de aprendizado dessa disciplina é percebida quando são utilizadas aulas expositivas nas quais o aluno pouco participa do processo de aprendizagem (REZENDE, 2004, p. 192).

Propondo um estudo dos mecanismos de transferência de calor, aborda-se neste trabalho o problema aplicado a uma sala de aula em que se quer verificar a distribuição de temperatura em toda sua área. Para isto, propõe-se fazer uso do método computacional de Monte Carlo (MMC) adaptado de forma que os alunos possam aplicá-lo intuitivamente sem o uso do computador. Assim, o aluno passa a ser agente de sua aprendizagem ao passo que é parte ativa do processo de aquisição e análise dos dados, possibilitando, então, uma maior assimilação

dos conceitos estudados. Além disso, sendo o MMC um método probabilístico, faz-se uso de tópicos de probabilidade e estatística, podendo este recurso didático ser aplicado em conjunto nas aulas de Física e Matemática qualificando ainda mais a atividade.

A aplicação do método ao problema de distribuição de temperatura passa por algumas considerações da Termodinâmica e da Teoria de Probabilidade, como os mecanismos de transferência de calor e a Propriedade do Valor Médio Discreto. Portanto, parte-se da descrição dos mecanismos de transporte de calor, e, com uma metodologia focada no aluno como agente de sua aprendizagem, apresenta-se o método probabilístico de Monte Carlo aplicado ao problema de condução de calor em uma placa plana e sua transposição a uma dinâmica para uso em sala de aula sem a necessidade do uso do computador.

## 2 VALORES DE TEMPERATURA EM UMA SUPERFÍCIE E VALOR MÉDIO

Segundo Young (2009), entre muitos autores de livros didáticos de Física, são três os mecanismos de transferência de calor: a condução, a convecção e a radiação.

A condução térmica ocorre no interior dos corpos e entre dois corpos quando em contato. Deve-se à transferência de energia cinética molecular. Entretanto, esta não é a única forma de condução nos sólidos. Os metais, em geral, possuem elétrons livres, que podem se movimentar mais rapidamente por entre os átomos e carregar consigo energia através da rede cristalina contribuindo também para transferência de energia térmica. Já a convecção térmica, trata da troca de massa de fluido “quente” e “frio” provocada pela diferença de densidade. Desta forma, a convecção é um mecanismo muito presente na transferência de calor em fluidos. Por fim, a radiação térmica caracteriza-se pela transferência de energia por ondas eletromagnéticas sem que seja necessária matéria entre os corpos envolvidos no processo.

Independente do mecanismo de transporte, conforme as leis da termodinâmica, o fluxo natural de calor ocorre das regiões (ou corpos) de maior temperatura para as regiões (ou corpos) de menor temperatura.

Na prática, ao analisar um problema físico deve-se considerar esses três mecanismos. Entretanto, se a transferência de calor for preferencialmente por condução, pode-se descrever o processo pela lei da condução térmica, também conhecida como Lei de Fourier, que estabelece que fluxo unidimensional de calor  $dQ/dt$  entre dois corpos é a quantidade de energia  $dQ$  que flui através de uma unidade de área  $A$  por unidade de tempo  $dt$ , e é proporcional ao gradiente de temperatura. Logo,

$$\frac{dQ}{dt} = -kA \frac{\partial T}{\partial x} \quad (1)$$

onde  $k$  é uma constante, chamada condutividade térmica, dependente do material, e o sinal negativo, devido ao sentido decrescente do fluxo de calor.

Podendo ser considerada linear a distribuição de temperatura e havendo regime estacionário, então o gradiente de temperatura é dado por

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{T_2 - T_1}{x_2 - x_1} \quad (2)$$

Assim, a energia tende a distribuir-se tão uniformemente quanto possível numa dada região. Desta afirmação resulta a Propriedade do Valor Médio Discreto, que possibilita, no

regime estacionário, calcular a temperatura num ponto de uma região pela média das temperaturas vizinhas em pontos equidistantes (ANTON, 2001, p. 430).

Desta forma, a região de estudo pode ser dividida em uma malha (Figura 1); o problema de distribuição de temperatura, formulado discretamente; e resolvido através do MMC, que se caracteriza por um método de cunho estatístico baseado em amostras aleatórias.

O método é utilizado em simulações numéricas de problemas físicos nos quais a solução analítica é inexistente ou difícil de obter. Basicamente, parte-se de amostragens aleatórias repetidas massivamente de modo a aproximar o resultado probabilisticamente ao valor real. Entre outras aplicações, pode ser adaptado ao problema de distribuição de temperatura numa dada região, como no caso a ser descrito na seção 3.

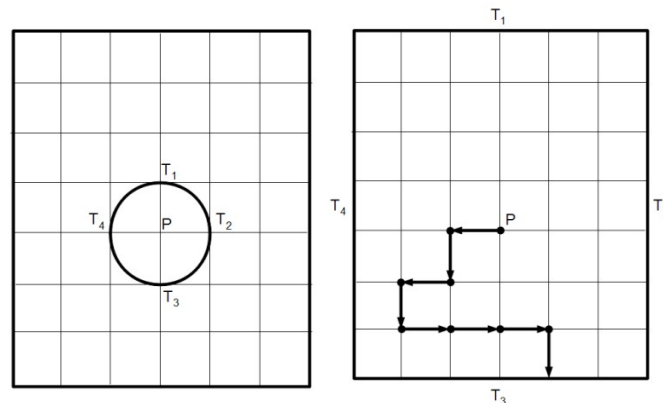


Figura 1 – À esquerda: representação da propriedade do valor médio. À direita: exemplo de um passeio aleatório formado por uma sequência de passos aleatórios partindo de um ponto de malha em que se quer determinar a temperatura.

### 3 DESENVOLVIMENTO DA ATIVIDADE EM SALA DE AULA

Como objeto de estudo, aplicou-se a metodologia a uma turma do segundo ano do Ensino Médio de uma escola pública da Rede Estadual de Ensino do Estado do Rio Grande do Sul. O grupo era composto de trinta alunos e os conceitos básicos de Termologia – como temperatura, calor, fluxo de calor e equilíbrio térmico – já haviam sido previamente estudados, assim como os mecanismos de transferência de calor. O tempo disponível para desenvolver a atividade foi de noventa minutos, correspondentes a dois períodos de quarenta e cinco minutos cada. A aplicação do MMC no problema proposto é realizada como segue:

#### 3.1 Discutindo do problema

Como ponto de partida, o professor mediador indagou os alunos sobre a distribuição de temperatura numa barra unidimensional, na qual suas extremidades estariam submetidas a temperaturas constantes e diferentes (Figura 2-a). Estes valores foram sugeridos pelo professor. Em seguida, ampliou-se o raciocínio para uma placa bidimensional, primeiramente com duas bordas isoladas termicamente (Figura 2-b), e, em seguida com diferentes temperaturas em cada borda (Figura 3).

Em relação aos casos unidimensional e bidimensional com as bordas isoladas termicamente, o grupo de alunos pode concluir sem muitas dificuldades que a temperatura num ponto no centro geométrico das regiões seria a média das temperaturas de suas extremidades. Ainda, na segunda situação, Figura 2-b, o grupo pôde concluir que não haveria fluxo de calor entre as bordas isoladas, visto que não haveria diferença de temperatura entre

elas, e, portanto, o comportamento deveria ser semelhante ao da barra unidimensional. Indagados sobre qual a temperatura em outros pontos da malha, houve, também, o consenso de que a distribuição de temperatura teria comportamento linear crescente do extremo de menor para o de maior temperatura. Estas conclusões prévias não foram confirmadas pelo professor, deixando para voltar a estas questões na análise final ao término da atividade que seria proposta mais adiante.

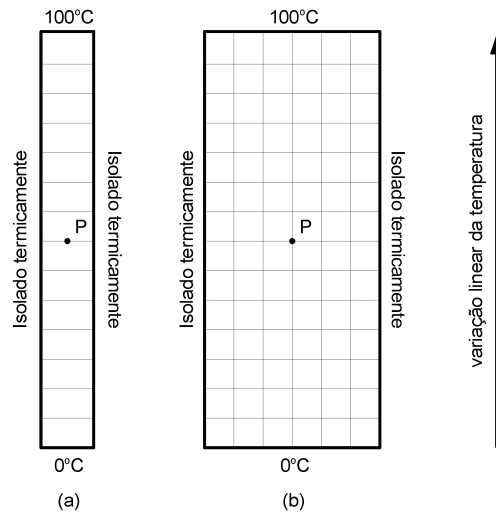


Figura 2 – (a) Barra unidimensional com extremidades submetidas a temperaturas constantes no tempo. (b) Extensão da barra a uma placa bidimensional com bordas laterais isoladas termicamente.

Em um segundo momento, ampliou-se o raciocínio sugerindo valores de temperaturas para as bordas laterais da placa, conforme a Figura 3. Entretanto, as conclusões não foram tão triviais para o grupo, havendo divergência entre os alunos quanto à temperatura no centro das placas e, principalmente, quanto à temperatura em outros pontos da malha após o equilíbrio térmico, representados na Figura 3 por  $P_1$  e  $P_2$ . Valendo-se deste momento de discussão em que se procuravam respostas, propôs-se o método de Monte Carlo para solução do problema.

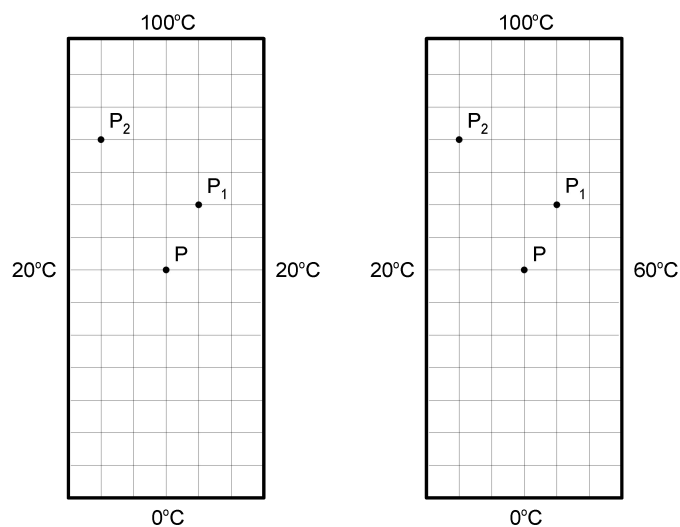


Figura 3 – Representação da placa bidimensional com as temperaturas de contorno sugeridas na aplicação da atividade.

### 3.2 Aplicando o método

Abrangendo os mecanismos de transferência de calor envolvidos no problema físico, provocou-se a reflexão acerca das temperaturas de cada parede da sala de aula de acordo com seu entorno físico e as condições climáticas locais. Estas foram escolhidas convenientemente no momento do exercício de forma a refletir o melhor possível as condições reais para dar sentido à atividade. Neste momento, se fez a discussão de como o calor poderia ser transportado naquele ambiente, quais os processos envolvidos, e quais os predominantes. Em seguida, organizou-se a sala de forma a tê-la dividida em uma malha correspondente às fileiras dispostas pelas classes conforme pede o método. Cada aluno sentado em seu lugar na sala de aula passara a representar um ponto desta malha. Em seu caderno, desenhou a sala com as indicações de temperaturas nas quatro paredes. No seu desenho também constou o traçado da malha, assim como uma marcação do local em que estava sentado. A Figura 4 representa um modelo do desenho esquemático feito por um dos alunos. Feitas as considerações iniciais e preparado o esquema, pôde-se dar início à atividade.

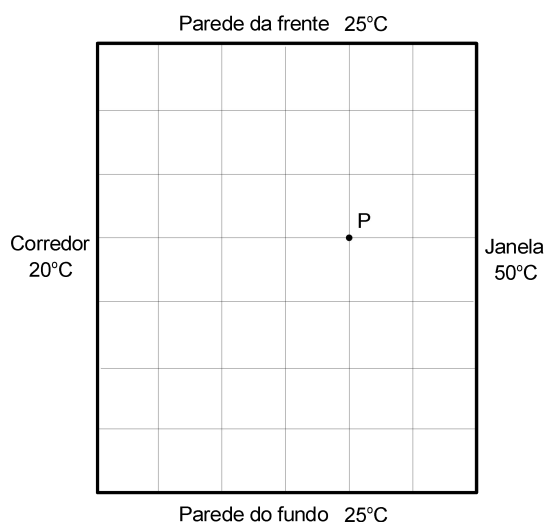


Figura 4 – Modelo da representação da sala de aula por um aluno sentado na posição P e das temperaturas de contorno da situação formulada pelo grupo.

O método prevê que, partindo de um ponto de malha, escolhe-se aleatoriamente um dos quatro sentidos permitidos a seguir sobre a malha (para frente, para trás, para esquerda ou para direita), dando, assim, um passo. Chegando à nova posição, faz-se novo sorteio, repetindo esses passos até que se chegue a uma das paredes da sala. A esta sequência de passos é dado o nome de passeio e um exemplo está representado na Figura 1. Anota-se a temperatura desta parede e repete-se novo passeio, partindo do mesmo ponto de malha, isto é, do lugar em que o aluno está sentado. Tudo isto é traçado em seu desenho (sem a necessidade de deslocamento pela sala).

Na testagem da metodologia em sala de aula, a escolha do passo foi feita por sorteio, utilizando um aplicativo gerador de números aleatórios para celulares. Entre tantos aplicativos disponíveis para esta finalidade, fez-se a escolha pelo *Gera Número* para *WindowsPhone* por permitir gerar aleatoriamente números num intervalo a escolha do usuário. Assim, definiu-se para cada número entre um e quatro uma das possíveis direções. O sorteio foi realizado pelo professor mediador até que todos completassem o passeio sobre a malha e, então, todos recomeçavam novo passeio juntos.

A quantidade de passeios pode ser ajustada de acordo com o tempo disponível, salientando que quanto maior o número de passeios, mais próximo será o resultado do valor real em vista do caráter probabilístico do método. Ao final destes passeios, para cada ponto de malha, faz-se a média das temperaturas encontradas e esta representará a temperatura estimada no local que o aluno está sentado.

Na Tabela 1, está representado o conjunto de dez passeios para a situação formulada na experimentação representada na Figura 4. Em comparação com a simulação em computador, dentro do que se propõe a atividade, um conjunto de dez passeios não é o adequado para se obter uma boa aproximação, porém é o suficiente para compreender o método e fazer a análise final em grupo quando os dados de todos são reunidos, formando um campo de distribuição de temperatura (Figura 5).

Tabela 1 – A tabela mostra o conjunto dos dez passeios para um aluno na posição P mostrado na Figura 4. Para cada passeio  $n$ , é mostrada a temperatura de contorno  $T_n$  encontrada e a média das temperaturas nos  $n$  passeios.

Passeio $n$	$T_n$ (°C)	$(T_1 + \dots + T_n)/n$ (°C)
1	25	25,0
2	25	25,0
3	50	33,3
4	50	37,5
5	25	35,0
6	25	33,3
7	50	35,7
8	50	37,5
9	50	38,9
10	50	40,0

Ao término da atividade as informações de todos os alunos foram colocadas num “mapa” representativo da distribuição de temperatura da sala, conforme mostra a Figura 5, e apresentado à turma para análise dos resultados.

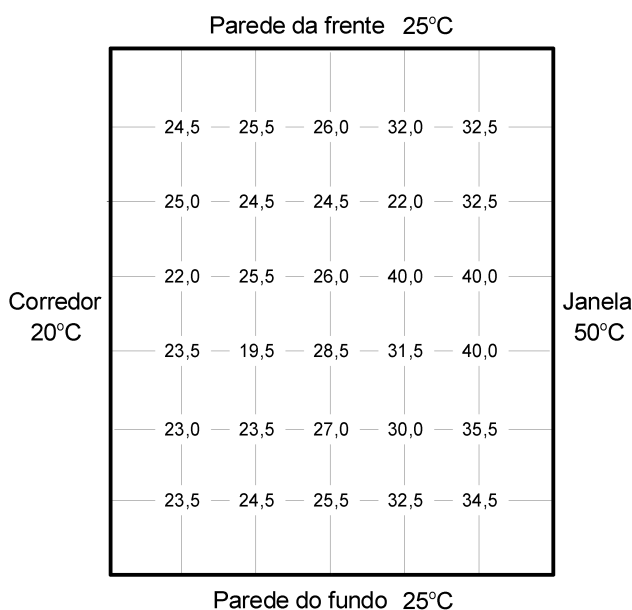


Figura 5 – Distribuição das temperaturas encontradas na atividade em grupo. A temperatura de cada nó da malha foi calculada por um aluno ali sentado. Os valores de temperaturas estão em graus Celsius.

Frente a isto, promoveu-se nova discussão observando e analisando as temperaturas nos diversos pontos da sala procurando por regiões de iguais (ou semelhantes) temperaturas, discrepâncias nos resultados e possíveis motivos para estas. Procurou-se, também, um padrão para a distribuição, verificando em quais regiões as temperaturas são maiores e menores e o porquê disto; se tal comportamento linear suposto nas análises iniciais se fazia valer; e se a validade da Lei de Fourier para o sentido do fluxo havia sido confirmado.

#### 4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na opinião dos autores deste artigo, é dada aos mecanismos de transferência de calor pouca relevância nos estudos de Física no Ensino Médio. Contudo, o estudo mais aprofundado do assunto pode trazer a compreensão de muitas situações cotidianas beneficiando muito mais o educando do que a simples resolução de problemas quantitativos de trocas de calor. A metodologia apresentada pode ser uma alternativa ao uso de simuladores computacionais disponíveis e aos experimentos de laboratório com os quais também se corre o risco de resultar apenas em cálculos matemáticos quando não feita a devida discussão do problema e dos resultados. Além disso, a medida de temperatura em diversos pontos de numa região, como a que se pressupôs neste trabalho, não é uma tarefa simples de ser realizada em um laboratório didático. Neste contexto, a simulação de uma situação real, da forma como foi proposta, pode estimular o aluno a estudar um problema sentindo-se incluído no processo de aprendizagem.

A partir dos resultados obtidos na atividade foi possível verificar as hipóteses formuladas no início das discussões. De acordo com a Figura 2-a, a intuição que levava a acreditar que a temperatura no ponto médio da barra deveria se a média das temperaturas de suas extremidades, assim como a temperatura no centro geométrico da placa da Figura 2-b, cujas bordas estão isoladas termicamente mostrou-se verdadeira. Por outro lado, não se pode comprovar o crescimento linear das temperaturas ao longo dos corpos como de início sugerido, devido ao pequeno número de iterações durante a atividade, apesar de esta hipótese ser verdadeira. De fato, esse comportamento pode ser comprovado com métodos computacionais mais elaborados que o professor poderia aplicar, caso estudasse sobre o assunto. Isto também pode ser um estímulo ao professor, pois foi o que aconteceu com os autores.

Embora análises mais aprofundadas e melhores resultados serem possíveis, o objetivo primeiro foi atingido: estudar os mecanismos de transferência de calor, assim como reforçar conceitos básicos da Termologia em nível de Ensino Médio.

Ainda, se fatores limitantes como o tempo disponível para o exercício e o nível de conhecimento dos estudantes puderem ser superados, a atividade descrita neste trabalho se mostra um ótimo recurso didático na abordagem da Termologia. Com refinamento da malha, maior número de iterações e análise dos dados com planilhas eletrônicas, por exemplo, pode-se fazer o estudo em um nível tão avançado quanto se queira.

A aplicação da metodologia apresentada em uma turma de segundo ano do ensino médio trouxe importantes indicativos em relação à compreensão dos conceitos trabalhados, assim como possibilitou a introdução de novos conceitos, pois se discutiu a transferência de calor numa situação prática na qual o aluno estava inserido. Algumas dúvidas esperadas, como as temperaturas do piso e do teto, não foram lembradas pelos alunos, nem mesmo uma discussão sobre resolver um problema desta natureza sem utilizar uma equação da termologia.

Entretanto, pontos importantes em relação às situações de equilíbrio térmico vieram à tona durante a discussão dos resultados. Também houve oportunidade para apresentar conceitos sobre sistemas termodinâmicos em equilíbrio, sistemas fechados e isolados, e fluxo de calor, além dos mecanismos de transferência de calor, os quais propunha inicialmente o presente trabalho. Portanto, a abrangência de conteúdos foi além da esperada quando se iniciou a atividade, superando as expectativas iniciais.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANTON, Howard; RORRES, Chris. **Álgebra linear com aplicações**. 8. ed. Porto Alegre: Bookman, 2001.

LUDKE, Everton et al. Um experimento para ensino de conceitos de transferência de calor em laboratório de física. **Rev. Bras. Ensino Fís.**, São Paulo, v. 35, n. 1, Mar. 2013.

REZENDE, Flavia; LOPES, Arilise Moraes de Almeida; EGG, Jeanine Maria. Identificação de problemas do currículo, do ensino e da aprendizagem de física e de matemática a partir do discurso de professores. **Ciência e Educação**, Bauru, v. 10, n. 2, 2004.

YOUNG, Hugh D.; FREEDMAN, Roger A.; FORD, A. Lewis (Colab.); LUIZ, Adir Moysés (Rev.). Sears e Zemansky. **Física**. 12. ed. São Paulo: Pearson Addison Wesley, 2008-2009.

## ADAPTATION OF MONTE CARLO METHOD AS TEACHING RESOURCES TO STUDY HEAT TRANSFER MECHANISMS

**Abstract:** *This paper proposes an activity to study the heat transfer mechanisms, as well as concepts basic thermology through an activity in which the student is an active part of the learning process. To this, the implementation of the Monte Carlo method was made in such situation what if possible your application without use a computer. To test, an activity went applied an group the students secondary education whose pre-requirements term already had studied. After a short review of heat transfer mechanisms, the method is described and is taught how to apply it, the results of experiment are presented and impression whatever are necessary your validity are reported.*

**Key-words:** *Teaching of physics, Heat transfer mechanisms, Teaching resource, Monte Carlo method.*